

Técnica robotizada de producción: Tecnología de agrupamiento

Tercera Parte (Conclusión)

Se analizan las ventajas relativas de los distintos algoritmos de optimización.

Ing. Marisa R. De Giusti *

Algoritmo de energía vincular (Cont.)

Maximización de la medida de efectividad

El BEA busca maximizar la energía sumada sobre todas las permutaciones de filas y columnas de un arreglo de entrada; este máximo debería tomarse sobre todas las posibles $M! \times N!$ permutaciones de filas y columnas del arreglo de entrada y generalmente se transforma en un problema de *asignación cuadrática* (máximo en permutaciones de filas y máximo sobre columnas). Para problemas reales, este procedimiento resulta complejo computacionalmente, por lo cual se recurre a un algoritmo subóptimo que se apoya en una característica del BEA (considera los vecinos más próximos). Este algoritmo es rápido, satisfactorio, y se aproxima bastante a la solución óptima.

El algoritmo involucra los siguientes pasos:

- 1) Se asigna $i=1$, y se selecciona una columna arbitrariamente.
- 2) Se ubica a cada una de las restantes $n-i$ columnas, de a una por vez, en la posición $i+1$, y se calcula la contribución de cada columna a la ME . Una vez calculada la ME se ubica aquella columna que da la contribución más grande a ME en la posición $i+1$, se incrementa i , y se repite el paso 2 hasta que $i=N$.
- 3) Cuando todas las columnas han sido ubicadas, se repite el procedimiento para las filas.

Considérese el siguiente ejemplo:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 4 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |

Para comenzar, se elige arbitrariamente una columna (en el ejemplo la columna 2), y se hace $i=1$.

Se calculan los ME :

| | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 2 | 3 | 2 | 4 | 2 | 5 | 2 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| ME = 0 | ME = 2 | ME = 1 | ME = 0 | ME = 1 | ME = 1 | ME = 0 | ME = 0 |

y se elige como segunda columna a la columna 4, ya que da el mayor valor de ME .

Se continúa con $i=2$:

| | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 2 | 4 | 5 | 2 | 4 | 1 | 2 | 4 | 3 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| ME = 3 | ME = 2 | ME = 2 | ME = 2 | ME = 2 | ME = 2 | ME = 2 | ME = 2 | ME = 2 |

Se elige como tercer columna a la columna 5, y se hace $i=3$:

| | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 2 | 4 | 5 | 1 | 2 | 4 | 5 | 3 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| ME = 3 | ME = 3 | ME = 3 | ME = 3 | ME = 3 | ME = 3 | ME = 3 | ME = 3 |

Como las dos columnas candidatas a la posición 4 dan igual ME , se elige arbitrariamente una de ellas, y se define como conjunto final a $\{2, 4, 5, 1, 3\}$.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 4 | 5 | 1 | 3 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |

Se pasa ahora a las filas. Se hace $i=i$ y se elige arbitrariamente la primer fila (en el ejemplo se elige la fila 1):

| | | | | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 2 | 4 | 5 | 1 | 3 | | 2 | 4 | 5 | 1 | 3 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 3 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| ME = 3 | ME = 3 | ME = 3 | ME = 3 | ME = 3 | ME = 3 | ME = 3 | ME = 5 | ME = 5 | ME = 5 | ME = 5 | ME = 5 |

Se elige como segunda fila a la fila 3 y se hace $i=2$:

* Miembro de la Carrera de Investigador de la CIC de la Pcia. de Buenos Aires - Integrante del CeTAD. FI. UNLP.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 2 | 4 | 5 | 1 | 3 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 3 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |

ME = 6

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 2 | 4 | 5 | 1 | 3 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 3 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |

ME = 6

Se da nuevamente un empate, por lo que se elige arbitrariamente {1, 3, 2, 4}.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 2 | 4 | 5 | 1 | 3 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 3 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |

ME resultante = 9

Este algoritmo tiene las siguientes ventajas:

- Es finito en la cantidad de operaciones.
- Reduce siempre el arreglo de entrada a una forma de bloque puro (en el sentido que hay un grupo de variables que no interactúan entre sí).
- El ordenamiento final depende de la fila (o columna) de inicio, pero no los agrupamientos resultantes ni el valor de ME.

Slagle [15] desarrolló un algoritmo de agrupamiento basado en BEA y en el camino ampliado más corto. Su idea es utilizar este algoritmo para reorganizar y/o agrupar grandes archivos, y considera el problema de reordenar datos tratando de conseguir que la información contenida en ellos aparezca más visiblemente. El autor realiza un agrupamiento "natural" de los datos de modo tal que cualquier irregularidad o interrelación entre individuos de cada grupo puede ser identificada; este algoritmo parte de conceptos fundamentales en teoría de grafos.

Métodos basados en el costo

Askin y Subramanian [16] desarrollaron un algoritmo de agrupamiento que considera los siguientes costos de manufactura:

- 1 - Costo fijo y variable de máquinas.
- 2 - Costo de preparación o puesta en marcha (set-up).
- 3 - Costo del inventario del ciclo de producción.
- 4 - Costo del inventario del trabajo en proceso.
- 5 - Costo del manejo de materiales.

El algoritmo consta de tres etapas: la primera clasifica y codifica las partes, la segunda realiza un agrupamiento basado en el costo de manufactura y en la tercera se analiza el agrupamiento en las celdas existentes.

Algoritmos de identificación de grupos (clusters) [17]

El algoritmo de identificación de grupos (IG) permite verificar la existencia de "clusters" separables mutuamente en una matriz de incidencia parte-máquina. Este algoritmo de análisis toma la matriz de incidencia parte-máquina y a cada a_{ij} se le asocia un costo c_j de la parte j .

Se le puede asignar al costo uno de los siguientes significados:

- 1 - Costo de subcontratación.
- 2 - Velocidad de flujo de la parte.

Pues una parte con alto valor de velocidad de flujo entre máquinas incrementa la utilización de los sistemas de manejo de materiales, y esto significa que debe analizarse la posibilidad de su subcontratación.

A modo de ejemplo de este algoritmo considérese la siguiente matriz de incidencia parte-máquina con los costos de subcontratación que figuran al pie de la misma:

| | | | | | | | | | | | | |
|--------------------------|-------------|-----|---|----|---|----|---|----|---|---|----|----|
| | Nº de parte | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| Nº de máquina | | | | | | | | | | | | |
| 1 | | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 3 | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 4 | | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 7 | | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| Costo de subcontratación | | 2,5 | 8 | 70 | 6 | 15 | 5 | 10 | 7 | 2 | 30 | 4 |

El análisis de la matriz se realiza del siguiente modo:

- Como primer paso, se colocan en el mismo grupo a las máquinas requeridas para la parte de más alto costo de subcontratación: en este ejemplo la parte 3 aparece como la más costosa, y por ello se agrupan a las máquinas 1, 4 y 7.

$$CM-1 = \{1, 4, 7\}$$

Estas máquinas "cubren" a las partes 2, 3, 6 y 7, con lo cual queda formada la primera familia de partes:

$$FP-1 = \{2, 3, 6, 7\}$$

Y la matriz quedaría así:

| | | | | | | | | |
|--------------------------|-------------|-----|---|----|---|---|----|----|
| | Nº de parte | 1 | 4 | 5 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| Nº de máquina | | | | | | | | |
| 1 | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 3 | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 4 | | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| Costo de subcontratación | | 2,5 | 6 | 15 | 7 | 2 | 30 | 4 |

- Con el mismo criterio, la parte siguiente a tratar es la 10 y luego la 5 con lo que se engloban las máquinas 2, 3, 5 y 6.

$$CM-2 = \{2, 3, 5, 6\} \text{ que cubren a las partes } 5, 8, 10 \text{ y } 11.$$

$$FP-2 = \{5, 8, 10, 11\}.$$

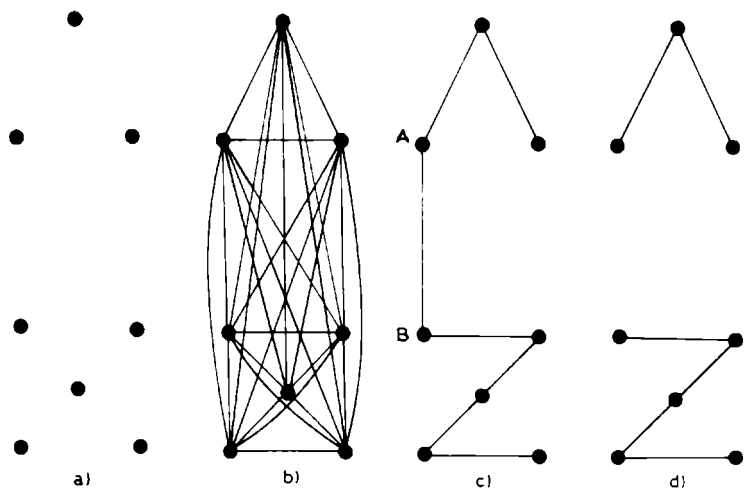


Fig. 18 — Algoritmo del método basado en el camino ampliado mínimo (SSP).

Y la matriz queda:

| | | Nº de parte | | |
|--------------------------|---|-------------|---|---|
| | | 1 | 4 | 9 |
| Nº de máquina | 1 | 0 | 0 | 0 |
| | 2 | 1 | 0 | 0 |
| | 3 | 0 | 0 | 0 |
| | 4 | 1 | 0 | 0 |
| | 5 | 0 | 0 | 0 |
| | 6 | 1 | 1 | 1 |
| | 7 | 0 | 1 | 1 |
| Costo de subcontratación | | 2,5 | 6 | 2 |

— Finalmente, las partes que quedan fuera de los "clusters" son la 1, la 4 y la 9 con un costo total de subcontratación de 10,5.

Lamentablemente los algoritmos expuestos son de una gran complejidad en cuanto a su realización por programa.

Slagle, Chang y Heller [16] desarrollaron un algoritmo que puede ser usado para reorganizar grandes ar-

chivos de datos; en su descripción emplean las siguientes definiciones:

- Se denomina *grafo pesado* a un conjunto de puntos llamados *nodos* y a un conjunto de pares de nodos denominados *arcos* con un número asociado que es el *peso del arco*.
- Un *camino* en un grafo es una secuencia de arcos que juntan dos nodos. Un *circuito* es un camino cerrado. Un *grafo conectado* tiene caminos entre todos los pares de nodos.
- Un *camino ampliado* de un grafo conectado G es un camino en G que contiene a *todos* los nodos de G . Un *circuito ampliado* es un camino ampliado cerrado.
- Un *árbol ampliado* de un grafo conectado G es un árbol en G que contiene todos los nodos de G .
- El *peso* de un grafo queda determinado por la suma de los pesos de los arcos que lo constituyen.
- Un *camino ampliado mínimo* en un grafo G es un camino ampliado de peso mínimo entre todos los caminos ampliados de G .
- Un *circuito ampliado mínimo* es el más corto y cerrado de los caminos ampliados, y similarmente, un *árbol ampliado mínimo* es el de menor peso entre los árboles ampliados del grafo.
- Por último, en un grafo un arco se dice *inconsistente* si por algún criterio el arco excede un valor de umbral. Por ejemplo, la relación entre el peso del arco y el peso promedio de los arcos vecinos puede usarse como un criterio para el descarte.

Análisis en manojo

Slagle llama SSP al método basado en el *camino ampliado mínimo* para el análisis en manojo; el algoritmo de este método es el siguiente:

- Construir un grafo pesado G a partir de un conjunto de puntos, conectando a cada punto con todos los restantes (construir un grafo conectado pesado).

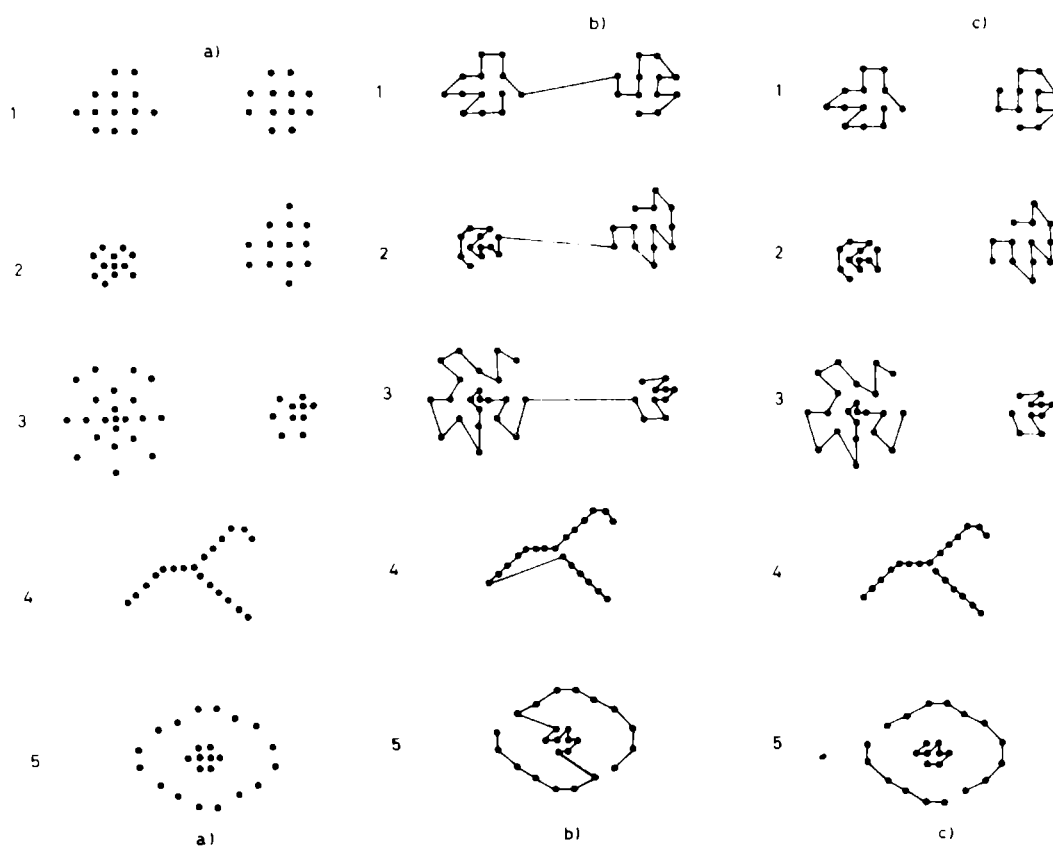


Fig. 19 — Ejemplo de aplicación del algoritmo de McCormick para hallar algún camino expandido corto. a) Distintos conjuntos de puntos a los que se aplicará el algoritmo. b) Caminos ampliados aplicados a a). c) Conjunto definitivo de "clusters" que surge de a).

- b) Encontrar el camino ampliado mínimo $P(G)$.
- c) Elegir un criterio para definir la inconsistencia de los arcos, y borrar todos los arcos inconsistentes de $P(G)$.
- d) Cada uno de los restantes caminos conectados representa un "cluster".

Para visualizar la operación del algoritmo, obsérvese la Fig. 18.

Reorganización de datos

El concepto de *camino ampliado mínimo* puede ser usado también en la reorganización de datos, donde el conjunto de datos está representado por un arreglo de entrada en el cual las filas corresponden a objetos y las columnas a atributos (características).

Este arreglo de entrada original no está ordenado de ninguna forma. Sin embargo se puede usar el concepto de camino ampliado mínimo para reordenar los elementos del arreglo tal que la información contenida en él pueda verse más claramente.

Por ejemplo, sean los objetos A, B, C y D de características a, b, c y d .

| | a | b | c | d |
|---|---|---|---|---|
| A | 1 | 0 | 0 | 1 |
| B | 0 | 1 | 1 | 0 |
| C | 1 | 0 | 0 | 1 |
| D | 0 | 1 | 1 | 0 |

Si se toma el camino expandido mínimo que resulta de considerar a las filas (columnas) como puntos, se ve que $ACBD$ es mínimo en filas y $adcb$ en columnas.

Reordenando:

| | a | d | c | b |
|---|---|---|---|---|
| A | 1 | 1 | 0 | 0 |
| C | 1 | 1 | 0 | 0 |
| B | 0 | 0 | 1 | 1 |
| D | 0 | 0 | 1 | 1 |

Este arreglo revela más información que el original y en él son visibles dos "clusters": A y C de características a y d , y B y D de características c y b .

Métodos para encontrar los caminos ampliados mínimos [15]

El problema de encontrar los caminos más cortos de un grafo pesado G se formula del mismo modo que el problema tradicional del viajante de comercio: su objetivo es encontrar el circuito ampliado más corto del grafo G^* , donde G^* es la resultante de G más todos los arcos con peso "0" desde un nodo A a todos los nodos de G . De este modo el circuito ampliado G^* contiene un camino ampliado mínimo de G .

Este algoritmo puede usar cualquier función de distancia, por ejemplo la distancia Manhattan, que en este caso está dada por la diferencia de ubicación para filas y columnas del arreglo, definida como:

$$d(x, y) = \sum_{i=1}^n |x_i - y_i|$$

Para un vector de n dimensiones la distancia Man-

hattan representa la suma de distancias en cada una de las dimensiones.

El autor utiliza el algoritmo de McCormick para hallar algún camino expandido corto (no necesariamente el más corto), cuyos pasos son:

- 1) Se elige arbitrariamente una de las filas del arreglo $m \times n$, y se hace $i = 1$.
- 2) Se selecciona también arbitrariamente una fila de las restantes $m - i$. Luego se trata de ubicar la fila seleccionada en cada una de las $i + 1$ posibles posiciones y se calcula la contribución de la fila al peso del camino así obtenido. Se incrementa luego i y se repite este paso hasta que $i = m$.
- 3) Cuando todas las filas han sido ubicadas, se repite el algoritmo para las columnas.

La Fig. 19 nos muestra un ejemplo de aplicación.

Referencias

- [2] Groover, Mikell P.: "Automation, production systems and computer aided manufacturing". Prentice Hall, EE.UU., 1980, Cap. 18, págs. 537, 563.
- [3] Kusiak, Andrew y Finke, Gerd: "Selection of process plans in automated manufacturing systems". IEEE Journal of Robotics and Automation, EE.UU., Vol. 4, Nº 4, agosto 1988, págs. 397, 402.
- [12] De Wite, J.: "The use of similarity coefficients in PFA", International Journal of Production Research, Vol. 18, Nº 4, 1980, págs. 503, 514.
- [13] King, J. R.: "Machine-component group formulation in PFA: an approach using a ROC algorithm", International Journal of Production Research, Vol. 18, Nº 2, 1980, págs. 213, 232.
- [14] McCormick, W. T.; Schweitzer, P. J. y Witte, T. W.: "Problem decomposition and data reorganization by cluster technique", Operation Research, Vol. 20, Nº 5, 1972, págs. 993, 1009.
- [15] Slagle, J. L. y otros: "An clustering and data recognition algorithm". IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, EE.UU., Vol. SMC 5, 1975, págs. 125, 128.
- [16] Askin, R. y Subramanian, S.: "Cost-based heuristic for group technology configuration", International Journal of Production Research, Vol. 25, Nº 1, págs. 101 a 114, 1987.
- [17] Kusiak, Andrew y Chow, W. S.: "An algorithm for cluster identification", IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, EE.UU., Vol. SMC 17, Nº 4, págs. 696, 699, 1987.

(Continuará)